Niveau(x) d'enseignement: 3 Numéro EDUQ : 9470160
Centre d'intérêt: 841

Bauersfeld, Heinrich.

Perspectives théoriques en didactique des mathématiques / par Heinrich Bauersfeld ; traduction française par Benoît Gagné. -- Montréal : Université du Québec à Montréal, Centre interdisciplinaire de recherche sur l'apprentissage et le développement en éducation, 1993.
18 f. ; 29 cm. -- (Séminaire sur la représentation ; 80)

Titre original: Theoretical perspectives on mathematics education.
Bibliogr. : f. 16-18.

ISBN 2-921558-05-X

Vedette(s)-secondaire(s): Université du Québec à Montréal. Centre interdisciplinaire de recherche sur l'apprentissage et le développement en éducation

Descripteur(s): Mathématiques * Didactique * Théorie de l'apprentissage * Primaire (Ordre d'enseignement)

Ce document vise à identifier les fondements et les orientations sous-jacents aux diverses théories en cours dans le champ de la didactique des mathématiques. De visée pragmatique, il dégage les implications pratiques des théories, notamment au primaire, dans le domaine de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques.

Type de document:

CENTRE INTERDISCIPLINAIRE DE RECHERCHE SUR
L'APPRENTISSAGE ET LE DEVELOPPEMENT EN EDUCATION

CIRADE

Université du Québec à Montréal

94-70160

PERSPECTIVES THÉORIQUES EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

par Heinrich Bauersfeld
Institut für Didaktik der Mathematik
Universität Bielefeld, Germany

Séminaire sur la Représentation

5 mars 1993 - no 80

CIRADE, UQAM, novembre 1993

Titre original: *Theoretical Perspectives on Mathematics Education*
Traduction française par Benoît Gagné, Département de didactique, Université Laval

ISBN 2-921558-05-X
Dépôt légal - Bibliothèque nationale du Québec, 1993

«D'abord, ils diront que vous avez tort et qu'ils peuvent le prouver. Ensuite, ils diront que vous êtes correct, mais que ce n'est pas important. Enfin, ils diront que c'est important, mais qu'ils le savaient depuis longtemps.» (Charles F. Kettering)[1]

On assiste à un intérêt croissant pour les fondements théoriques de l'éducation aux mathématiques. Cet intérêt s'accompagne cependant d'une pluralité quelque peu déconcertante d'étiquettes désignant les différentes positions théoriques. Dans la mesure où les théories «en usage» sont toujours des théories en développement, les discussions à leur endroit souffrent souvent de la difficulté à identifier une théorie spécifique et son statut par rapport aux autres théories. Le présent article vise, dans ce contexte, à identifier les fondements et les orientations sous-jacents aux diverses vues théoriques en cours dans le champ de l'éducation aux mathématiques. Notre intérêt est toutefois d'ordre pragmatique plutôt que d'ordre théorique ou philosophique: il concerne la mise au jour et le développement d'implications pratiques pour le domaine de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques.

1. La tradition «psychologique» et l'individu

«D'un point de vue connectionniste, cette famille de théories [issues d'une tradition psychologique centrée sur l'individu] a produit une abondance de moyens techniques s'appuyant sur une base psychologique illusoire.» Carl Bereiter (1991, p. 15)

Depuis le début du siècle, on retrouve dans le champ de la psychologie un solide programme de recherche mettant l'accent sur l'apprenant, son intelligence, ses habiletés et son raisonnement (pour un survol, voir entre autres Ausubel, 1968 et Hilgard & Bower, 1975). Ainsi, durant plusieurs décades, peu de recherches furent effectuées dans le champ de l'éducation en dehors de ces thèmes. Ce n'est que beaucoup plus tard que la recherche éducative a commencé à inclure le thème de l'enseignement. En 1974, Dunkin & Biddle, dans leur «étude sur l'enseignement» mentionnent: «la recherche sur l'enseignement est une science très jeune». Ce qui demeure toutefois inchangé dans cette préoccupation pour l'enseignement est l'accent mis sur l'individu isolé dans la classe (tant l'apprenant individuel que l'enseignant individuel).

Jusqu'aux années 1980, l'«interaction» était surtout comprise dans les termes d'une interaction entre variables, par exemple l'interaction aptitude-traitement (voir Snow, Federico & Montague, 1980; Snow & Farr, 1987) plutôt que dans les termes d'une interaction sociale. Ce n'est que tout récemment que les développements des sciences cognitives ont commencé à s'ouvrir à la dimension sociale (comme en témoigne le changement de titre des deux ouvrages suivants: «Knowing, Learning, and Instruction» (Resnick, 1989) et «Perspectives on Socially Shared Cognition» (Resnick, Levine & Teasley, 1991)). Dans la même veine, des catégories

---

1 Charles F. Kettering est l'inventeur du premier démarreur électrique efficace pour les automobiles. La citation provient de TIME, 11 juillet 1969, p. 45.

telles que «instruction» ou «entraînement» ont pour ainsi dire disparu, en raison surtout des connotations négatives qui se sont développées à leur endroit suite à un intérêt croissant pour la dimension sociale Il semble en être allé de même pour les termes «information» et «intelligence» (Varela, 1990).

Néanmoins, pour longtemps encore, une caractéristique commune à plusieurs approches est demeurée l'accent mis sur l'individu. On pourrait qualifier l'ensemble de ces approches comme étant «le courant *individualiste* des théories éducatives». Tout au long du XIXe siècle et durant une grande partie du XXe siècle, le tableau historique d'ensemble demeure donc marqué par la fascination de l'individualité. Le mot de Nietzsche selon lequel le plus haut degré de l'humanité n'est pas lié à sa finalité globale, mais correspond au degré atteint par ses plus hauts représentants[2], peut être considéré comme un sommet de cette tradition individualiste.

2. Les préoccupations sociales et le collectif

> *«L'expression verbale n'est pas un simple reflet d'une chose donnée. Elle crée toujours quelque chose d'absolument nouveau et unique, quelque chose qui est toujours relié à des valeurs vitales telles que la vérité, la bonté, la beauté, etc.»* Mikhail Bakhtin (1920)[3]

Durant la même période, la psychologie soviétique s'est développée plutôt différemment. La révolution de 1917 avait porté les textes de Marx et d'Engels au rang de textes sacrés. Un état de fait qui, depuis le tout début de la révolution, avait forcé les psychologues soviétiques à prendre en considération dans leurs travaux la théorie de la société qui y était associée. Typique de cette situation est le programme de recherche de Vygotsky, daté de 1925, en vue de développer une «psychologie générale» fondée sur le matérialisme dialectique:

> *«Ce que je désignerai comme la psychologie générale est une théorie du matérialisme psychologique ou encore une dialectique de la psychologie. Il s'agit d'explorer l'essence d'un champ donné de phénomènes, les lois de leurs modifications, leurs caractéristiques qualitatives et quantitatives, leur causalité, puis de créer un ensemble de concepts et de catégories apparentés, en un mot de constituer un capital propre.»* (Vygotsky, 1985, pp. 251-252. Le terme «capital» fait référence à Marx. C'est l'auteur qui souligne).

Également caractéristique du mouvement psychologique en cours en Union Soviétique à cette époque est une démarcation nette tant avec le behaviorisme qu'avec la Gestalt (ou les psychologies holistiques). Ainsi, durant la seule année 1929, environ 600 ouvrages de psychologie furent publiés (Jaroschewski, 1975, p. 406), ce qui témoigne de l'intérêt porté au dit mouvement. Basov, un disciple de Bechterev, fut le premier à souligner l'importance de l'«activité» (par opposition au «comportement») pour le développement mental humain (Métraux

---

2 «Das höchste Ziel der Menschheit liegt nicht an ihrem Ende, sondern in ihren höchsten Exemplaren.» (Der Wille zur Macht)

3 Écrit en 1920, première publication en russe en 1979 à Moscou. Cité par Kozulin (1990, p. 54).

dans Vygotsky, 1992, p. 9)[4] . Par ailleurs, plus ou moins à la même époque, Vygotsky fut le premier à analyser l'activité mentale et la conscience dans la perspective d'une pratique sociale fondée sur le matérialisme dialectique.

Dans les années 1930, Vygotsky marque une transition avec sa pensée antérieure et distingue, du point de vue de leur genèse, des fonctions mentales d'ordre supérieur et des fonctions mentales d'ordre inférieur. Les fonctions mentales inférieures fonctionnent sur le registre stimulus-réponse et se développent parallèlement à la maturation corporelle. Les fonctions mentales supérieures sont pour leur part médiatisées à travers l'usage de signes et d'outils, et sont sujettes à un entraînement conscient et délibéré. Ces fonctions d'ordre supérieur ne se développent qu'à l'intérieur de relations sociales «par l'intériorisation du patron autorégulateur préexistant dans la société» (Métraux dans Vygotsky, 1992, p. 19).

C'est en 1932 que Vygotsky change radicalement sa conception, ainsi qu'en témoigne son journal personnel (publié en russe en 1977) dans lequel il note que «l'analyse de la signification des signes constitue le seul accès adéquat pour une investigation des activités de la conscience humaine» (Métraux dans Vygotsky, 1992, p. 15). Parcourant «La dialectique de la nature» d'Engels, il fut alors «brutalement conduit à ne pas seulement considérer la question de la relation entre l'homme et la nature, mais également la question de la relation entre les hommes, puis entre l'homme et lui-même, en tant que relations médiatisées par des outils» (Ibid., p. 16). Vygotsky était apparemment arrivé à ce qu'il cherchait si intensément: un instrument capable de relier les fonctions mentales d'ordre inférieur et d'ordre supérieur et de décrire les interrelations entre le psychologique et le social. Durant les deux dernières années de sa vie, il travaillera ainsi avec le concept-clé d'activité médiatrice (concept adapté du concept de «vermittelnde Tätigkeit» de Hegel), concept qu'il divisera en «utilisation d'outils» et en «utilisation de signes» (Vygotsky, 1992, p. 152 et suivantes). Ses deux dernières années d'existence pourront en ce sens être interprétées comme celles de l'émergence de la théorie de l'activité:

> *«Ce n'est qu'en 1979, soit environ un demi-siècle plus tard, que le philosophe et psychologue moscovite G. P. Schedrovitsky, s'adressant à un symposium portant sur la contribution théorique de Vygotsky, attaquera résolument le mythe de sa succession intellectuelle en soutenant que la théorie de l'activité dérive pour l'essentiel du programme original de Vygotsky [mais n'en est pas directement issue]. Il mettra alors l'accent sur le principe de médiation sémiotique en tant que pierre angulaire de la théorie historico-culturelle et en fera son principal point d'intérêt.»* (Kozulin, 1990, p. 254)

Il est remarquable que Vygotsky, dans sa tentative de décrire le développement de l'usage des signes, se soit tourné vers les travaux expérimentaux effectués avec les enfants, alors que ses disciples plus «académiques» ont surtout axé (et axent encore) leurs efforts sur des débats interminables portant sur la signification de certains concepts et de leurs limites. Quelques-uns

---

[4] Comme l'ouvrage de Vygotsky (1992) semble être la première traduction de l'ouvrage original, je me référerai principalement à ce texte en tenant compte de la difficulté qu'il y a à traduire les extraits cités.

d'entre eux refusent même à Vygotsky le statut de théoricien de l'activité. Un exemple typique en est Brushlinsky:

> *«... l'approche de l'activité de S. L. Rubinstein et A. N. Leontiev, ainsi que nous le mentionnions plus tôt, et l'approche de la non-activité (de Vygotsky, entre autres).»* (Lektorsky, 1990, p. 72)

Vers la fin de 1932, Vygotsky cite Engels: «L'outil signifie l'activité humaine spécifique, l'impact formateur de l'homme sur la nature, la production» tout en précisant que cet impact est réciproque: l'homme se change lui-même par l'utilisation des outils (Vygotsky, 1992, p. 102). Vygotsky comprenait ainsi le sens du terme «outil» au sens premier qu'il peut avoir pour le cultivateur dans son travail de tous les jours:

> *«L'outil est le médiateur de l'activité externe de l'homme, dirigée en vue de soumettre la nature. Mais le signe n'altère pas l'objet de l'opération psychique. Il agit plutôt comme un médiateur d'influence psychique sur le comportement, le sien ou celui des autres.»* (Vygotsky, 1992, p. 154)

La maîtrise de la nature et la maîtrise du comportement représentent donc la fonction des «activités de médiation». Vygotsky avait fait de la réflexion sur l'usage et la fonction des signes (ce qui, pour lui, inclut l'usage du langage) l'objet de ses deux dernières années de vie:

> *«En accord avec la théorie historico-culturelle développée par Vygotsky dans ses dernières années d'existence, c'est le discours ou, pour être plus précis, le discours et les autres signes d'origine socioculturelle (et qui distinguent donc les hommes des animaux) qui agissent comme la «cause effective» (selon sa propre expression) du développement psychique de l'enfant.»* (Brushlinsky, dans Lektorsky, 1990, p. 72)

En comparant les derniers textes de Vygotsky avec ceux de ses successeurs (particulièrement Rubinstein, Leontiev et Davydov) sur la théorie de l'activité, on a l'impression qu'il était beaucoup plus sensible, beaucoup plus orienté vers la pratique et beaucoup moins académique que ces derniers[5]. Ceux-ci généralisèrent néanmoins le concept-clé de Vygotsky et parlèrent d'«objets de médiation» (parfois directement dans la langue allemande «gegenständliche Mittel») incluant, en tant qu'*objets*, le langage (voir Lektorsky, 1984, p. 240).

Cependant, de tels déplacements de sens contribuent en quelque sorte à absolutiser la dimension sociale -ou mieux: absolutisent le collectif-. Et le fait de spécifier que «le sujet collectif n'existe pas en dehors des personnes concrètes» (Ibid., p. 240) n'aide en rien à modifier cela. Les points cruciaux demeurent la dominance du social et l'objectivation du langage qui lui est reliée -la constitution en objet de quelque chose, ce qu'Engels appelle «Mythos der Verdinglichung»: le

---

5 On peut faire ici un parallèle intéressant, du moins pour les lecteurs allemands, avec le fameux éducateur Herbart (1776-1841) dont les écrits ont presque été oubliés suite au succès de ses successeurs Ziller, Dörpfeld et Rhein. Ces derniers transformèrent ses idées hautement abstraites en recettes pratiques, en concepts didactiques et en un système académiquement organisé d'étapes d'apprentissage, mais perdirent en retour sa sensibilité et sa dimension réflexive à travers cette simplification et cette représentation formalisée.

mythe de l'objectivation-. Lektorsky accuse Vygotsky d'avoir une vision étroite du fait de son identification «exagérée» du discours égocentrique avec la pensée:

> *«... si le discours remplit la fonction de la conception ainsi que celle de la résolution de problèmes, que reste-t-il alors pour la pensée?»* (Lektorsky, 1984, p. 240)

La séparation présumée du langage et de la pensée[6] comporte cependant la tentation intrinsèque d'une objectivation du langage (Bauersfeld, 1992a). Ainsi, Brushlinsky prétendra que «le discours... *ne peut être activité*» (dans Lektorsky, 1990, p. 72) en soutenant que le mot-signe n'a pas la même importance dans l'activité que dans le discours. Mais si l'on accepte que le langage ne comporte pas en lui-même de signification objective, que reste-t-il du mot-signe une fois qu'il est séparé de son contexte d'utilisation? De toute évidence, Vygotsky était beaucoup plus prudent avec de telles descriptions.

En prenant la théorie de l'activité des successeurs de Vygotsky comme prototype, je me permettrai de qualifier les visions théoriques apparentées à celles de Vygotsky comme formant «le courant *collectiviste* des théories éducatives». Ce courant constitue une tentative intéressante en vue de développer une théorie sociale de l'apprentissage et de l'enseignement (voir notamment Miller, 1986 et Markowitz, 1986).

3. Une position intermédiaire, l'interactionisme

> *«Avec des moyens primitifs, l'enfant cherche à s'adapter à une structure compliquée.»*
> Vygotsky (1992, p. 252)

Si l'on écoute à la fois le conseil de Paul Feyerabend: «Tout ce que vous pouvez faire, si vous voulez vraiment être intègre, est de *raconter une histoire*» (1991, p. 141) et celui de Gregory Bateson à l'effet que les histoires peuvent être riches d'enseignements pour la recherche et l'éducation, il peut être pertinent à ce point-ci de faire un bref commentaire sur la façon dont je suis arrivé à des positions quelque peu différentes de celles évoquées précédemment. Au début des années 1960, mon travail empirique avec des élèves de la première à la sixième année, travail plus particulièrement lié aux changements qui se produisent lors du passage de l'éducation primaire à l'éducation secondaire (les niveaux 5 et 6 étant des niveaux de transition en Allemagne), avait eu apparemment d'assez faibles retentissements du fait que peu de choses étaient connues à cette époque au sujet des relations entre les élèves et l'enseignant. On n'avait pas de réponses satisfaisantes à des questions telles que: Comment un enseignant peut-il identifier une erreur de l'élève? Comment les deux partis, élève et enseignant, en arrivent-ils à des compromis viables et à une base d'entente pour pouvoir continuer? Comment un étudiant peut-il comprendre les intentions de l'enseignant?, etc.

---

[6] Pour cela, Lektorsky utilise des arguments scientifiquement douteux, tel: «Il est de savoir commun que l'expression langagière ne signifie pas la pensée, bien qu'il soit impossible de penser sans langage.» (Ibid., p. 240)

La disponibilité des magnétoscopes a par la suite permis d'apporter des changements fondamentaux dans nos approches. Lorsque des scènes de classe purent être enregistrées et être jouées et rejouées en portant sélectivement l'attention sur différents points d'un visionnement à l'autre, la nécessité d'une orientation théorique permettant d'interpréter de telles séquences devint évidente. Les théories psychologiques, aussi utiles qu'elles pouvaient être, ne rendaient pas compte des relations réflexives complexes entre les enseignants et les élèves. Des instruments adéquats avaient toutefois été développés pour la description des interactions entre les êtres humains dans des champs spécialisés de la sociologie et de la linguistique: ethnométhodologie, interactionisme social et analyse du discours -branche de la linguistique qui s'intéresse à la pragmatique langagière- (des travaux très utiles à cet égard ont été initialement pour nous Mehan & Wood, 1975; Berger & Luckmann, 1966; Blumer, 1969, et plus tard Goffman, 1974; Cazden & Hymes, 1972, et plusieurs autres).

Dans la mesure où les sociologues s'intéressent aux structures sociales, mais peu aux problèmes liés à l'apprentissage et à l'enseignement, nous avons dû transposer ces concepts et relations dans notre propre domaine d'intérêt. Ce qui nous a conduit à l'identification de «patrons d'interaction» (Bauersfeld, 1978; Voigt, 1984), à l'identification de «domaines d'expériences subjectives» (Bauersfeld, 1983) et plus généralement à l'identification d'une «grammaire cachée» spécifique aux activités qui ont cours dans les classes de mathématiques, laquelle semble - du point de vue de l'observateur - être suivie, quoique de façon non consciente, par l'enseignant et les élèves (Krummheuer, 1992). Nous avons alors abandonné les attributions simples en termes de cause à effet et avons favorisé un processus «divergent» de formation d'hypothèses (Pearce). En vue de pouvoir comprendre adéquatement les acquisitions individuelles et les régularités sociales émergeant de certaines cultures scolaires, il nous est apparu nécessaire de se positionner entre deux visions, le psychologique et le social, *sans donner préséance* à aucune des deux.

Au fil des ans, les réactions générales de la communauté, particulièrement chez les tenants des positions extrêmes, étaient plus ou moins dans la même ton que celui de l'extrait précité de Kettering. D'autre part, l'intuition d'une *réciprocité*

- entre le changement individuel et le développement social qui s'effectue à travers la participation et l'interaction (incluant l'inévitable subjectivité des constructions personnelles),

- entre l'action permanente des membres individuels de la culture scolaire et le changement dans les régularités sociales,

m'a rendu très facile l'adoption du principe constructiviste radical lorsque j'eus l'occasion de rencontrer Ernst von Glasersfeld. Notre groupe de recherche à Bielefeld (Bauersfeld, Krummheuer, Voigt) en était en effet arrivé à des conclusions à peu près similaires, mais pour des

raisons davantage sociologiques que psychologiques ou philosophiques, lesquelles semblent avoir formé la base de la genèse du principe constructiviste radical (via Vico, Kant, et al.).[7]

Les convictions de base de notre position interactioniste sont brièvement les suivantes:

* *L'apprentissage* fait référence à un processus de formation de la vie personnelle, un processus d'adaptation interactive à une culture à travers une participation active (lequel processus produit récursivement la culture elle-même), plutôt que la transmission de normes et de savoirs.

* La *signification* est liée à l'utilisation des mots et des phrases, ou encore des signes et des symboles, plutôt qu'aux sons, signes ou représentations qui y sont rattachés.

* Le *langage* (la *«parole»*, en français) fait référence à une pratique sociale de communication pour désigner des expériences partagées et pour s'orienter à l'intérieur d'une même culture, plutôt qu'un instrument de transport du sens ou un véhicule des significations.

* *Connaître ou se souvenir de quelque chose* fait référence à l'activation momentanée d'un répertoire de possibilités constituées à partir d'actions vécues dans leur globalité, plutôt que quelque chose (qu'on appellerait savoir) de réifié, d'entreposable, de repérable et de traitable à partir d'un entrepôt appelé mémoire.

* La *mathématisation* décrit une pratique basée sur des conventions sociales plutôt que sur l'application d'une série de vérités éternelles et universellement applicables. Selon Davis & Herch (1980), ceci vaudrait pour le contenu des mathématiques elles-mêmes.

* Les *représentations* (internes) sont considérées comme des constructions individuelles émergeant à travers l'interaction sociale en tant qu'équilibre viable entre les intérêts et les contraintes d'une personne, plutôt que comme une correspondance terme à terme avec des réalités préexistantes ou une reconstruction isomorphe au monde tel qu'il est.

* L'usage de *visualisations et de concrétisations («embodiments»)*, en tant que moyens didactiques, dépend de conventions sociales partagées plutôt que d'une lecture ou d'une découverte de structures et de significations mathématiques intrinsèques.

* L'*enseignement* désigne la tentative d'organiser un processus interactif de réflexion impliquant, de la part de l'enseignant, une différenciation conceptuelle continue et une réalisation d'activités avec les étudiants, c'est-à-dire l'établissement et le maintien d'une

---

7 Pour plus de détails concernant notre position, voir Bauersfeld, 1988, 1991, 1992b, ainsi que Krummheuer & Voigt, 1991.

culture scolaire, plutôt que la transmission, l'introduction ou même la redécouverte d'un savoir objectif et préexistant. (Bauersfeld, 1992b)

4. Un survol simplifié

Nous pouvons maintenant disposer les positions identifiées précédemment sous une forme schématique simple (suivant une idée de Jörg Voigt):

Perspectives individualistes
L'apprentissage est un changement individuel lié aux stades de développement cognitif et au contexte.

Prototype: Psychologie cognitive

Perspectives collectivistes
L'apprentissage est une acculturation à l'intérieur de structures sociétales préexistantes, soutenue par des moyens de médiation ou de représentation appropriés.
Prototype: Théorie de l'activité

Perspectives interactionistes
L'enseignant et les étudiants constituent de façon interactive la culture de la classe; des conventions émergent à la fois pour la matière à l'étude et pour les régulations sociales; la communication s'effectue à partir de significations partagées et de négociations de sens.
Prototypes: Ethnométhodologie, interactionisme symbolique, analyse du discours (pragmatique linguistique).

La position intermédiaire que constituent les perspectives interactionistes est conçue et agit (du moins pour nous) comme un lien entre les deux positions extrêmes. Plusieurs des réinterprétations américaines récentes de Vygotsky peuvent être situées à l'intérieur des perspectives collectivistes, dans la mesure où ces dernières négligent habituellement les éclairages apportés par les interactions sociales. Par contre, les premières applications du principe constructiviste radical appartiennent plutôt aux visions individualistes. On retrouve bien entendu une abondance de perspectives chevauchant les frontières délimitées par ce schéma. Ainsi, ce dernier ne fait-il qu'indiquer des limites.

5. Implications pour les pratiques éducatives à l'élémentaire

> *«Les théoriciens sont souvent partagés quant au choix des principes directeurs, tout en conservant un consensus sur les inférences légitimes à partir de ces derniers.»* Peter Galison (1987, p. 244)

Les deux positions extrêmes précitées, à savoir le courant individualiste et le courant collectiviste, ont généré des pratiques effectives dans le domaine de l'éducation. le cas le plus fameux d'une pratique éducative orientée sur l'individu est sans aucun doute le travail de Pestalozzi, cité dans Stans, dans lequel celui-ci rapporte avoir réuni et éduqué des orphelins abandonnés lors de la guerre de libération suisse avec la France, tel que mentionné dans sa «Lettre à Stans» (1799). Pestalozzi, bien qu'orienté sur l'individu, avait cependant noté la fonction sociale du travail. Le cas le plus fameux d'une pratique éducative d'orientation collectiviste est le travail de Makarenko près de Leningrad, dans lequel celui-ci rapporte avoir réuni et éduqué des jeunes gens sans espoir d'avenir («besprisorniks») suite à la révolution (1920-1928), tel que mentionné dans son «Poème pédagogique» (1940). Dans ces deux cas, des convictions de base différentes ont conduit à des pratiques très semblables -et très efficaces-, ces deux pratiques impliquant des jeunes gens très perturbés.

Dans le champ particulier de l'éducation aux mathématiques, les choses semblent encore plus compliquées que dans le domaine de l'éducation générale. M'appuyant sur mon récent travail, je limiterai ici mes commentaires à l'éducation aux mathématiques au primaire et, à l'intérieur de ces limites, aux aspects liés à la compréhension des mathématiques (5.1) ainsi qu'au langage (5.2). Le contraste que j'esquisserai vise à mettre de l'avant certaines conséquences tirées de la position intermédiaire (interactioniste). On ne pourra certes, à ce niveau, que se livrer à des inférences assez générales.

5.1 Des pratiques fondamentalement différentes ont lieu lorsque les mathématiques sont envisagées comme une vérité objective, un corps de connaissances préexistantes et une richesse sociétale ou, au contraire, lorsque les mathématiques sont envisagées comme une pratique partagée de mathématisation, guidée par des règles et des conventions émergeant de cette pratique.

La première conviction amènera les enseignants à «initier» les enfants, à utiliser des «concrétisations» et des «représentations» qui sont structurellement aussi près que possible des structures mathématiques acceptées tout en étant peu ambiguës ou susceptibles de porter à confusion. Aux erreurs des enfants correspondront alors des correctifs dirigés vers la réponse attendue. Des structures et des propriétés considérées comme existant objectivement donneront également lieu à des activités de «découverte», pourvu que les trouvailles prévues concordent avec celles visées par le développement des aptitudes cognitives en question («zone de développement proximal»).

La seconde conviction amènera pour sa part les enseignants à organiser les activités scolaires en tant que pratiques de mathématisation, c'est-à-dire à constituer une «sous-culture» spécifique à *cet* enseignant et à *ces* enfants de *cette* classe, laquelle fonctionnera en vue de développer les «habiletés constructives» des étudiants, leur image de soi et leur propre organisation, plutôt que comme une entreprise de gestion et de contrôle de la qualité des produits assortie d'évaluations externes continuelles. La diversité des constructions subjectives de sens et la nécessité d'en arriver à des adaptations viables («significations prises pour acquises» et «régulations prises pour acquises») requièrent un contexte optimal pour pouvoir mener des discussions basées sur des expériences vécues et visant à la négociation des significations obtenues. Il n'y a pas de découverte au sens classique du terme. Il n'y a qu'une construction subjective de sens dans la mesure où «ce qui est observé n'équivaut pas à des objets, des propriétés ou des relations d'un monde qui existe en soi, mais correspond aux résultats de distinctions effectuées par l'observateur lui-même.» (von Glasersfeld, 1991, pp. 60-61).

5.2 En relation avec le langage, on en arrive également à des pratiques très différentes selon que le langage est considéré comme l'utilisation d'un corps de langage existant objectivement, comme un entrepôt de savoir et de significations conventionnelles, ou selon que l'activité langagière est considérée comme une pratique sociale génératrice de conduites.

Dès que l'on sépare «langage» et «activité», la primauté est donnée à l'activité sur le langage (voir Brushlinsky plus haut): l'apprentissage débute avec les activités et le langage est utilisé en tant qu'«outil» préexistant. Le «sujet collectif» devient «acculturé» à la culture préexistante. Les inventions créatives du sujet apprenant sont considérées comme des accidents de parcours devant être redirigés en fonction d'un usage standardisé des outils de médiation:

> *«Tant et aussi longtemps que le langage est considéré comme dénotatif, il est nécessaire de l'envisager comme un instrument de transmission de l'information, comme si quelque chose devait être transmis d'un organisme à un autre. [...] Lorsqu'il est reconnu que le langage est connotatif et non dénotatif, et que sa fonction est d'orienter l'individu sans se soucier du domaine cognitif de l'orienteur, il devient clair qu'il n'y a pas de transmission de l'information à travers le langage.»* (Maturana & Varela, 1980, p. 32)

On en arrive, dans ce dernier cas, à la nécessité d'une continuelle négociation de sens dans la classe, négociation visant non seulement à une adaptation viable par rapport aux significations prises pour acquises dans le domaine d'étude considéré, mais également à une clarification du sens des signes et des mots utilisés, et particulièrement à un approfondissement de la réflexion sur les processus constructifs subjectifs sous-jacents.

Il est remarquable à cet égard de constater jusqu'à quel point Vygotsky avait souligné la nécessité d'analyser les fonctions mentales supérieures en tant que processus. Si l'on considère les pratiques scolaires habituelles, c'est l'orientation vers le «produit» que l'on retrouve un peu

partout: les activités des enseignants s'appuient sur l'image qu'ils se font du *produit* à enseigner, plutôt que sur des idées permettant de développer, en interaction avec les étudiants, des *processus* de construction utiles. C'est seulement dans un état beaucoup plus avancé de développement d'habitudes de raisonnement, de conventions et de normes que l'habileté d'une personne à mathématiser peut manifester les propriétés si hautement appréciées par les mathématiciens: l'élégance, la concision, la force de conviction, la rigueur et la précision dans le raisonnement et l'exposition («puisqu'il n'y a pas d'autre façon de l'envisager», comme l'a dit Jaspers avec enthousiasme). C'est pourquoi «l'illusion du produit» constitue sans doute la force la plus dévastatrice en éducation, parce qu'elle écarte et occulte souvent les enseignants les mieux préparés et les plus compétents.

6. Le prochain mot-clé: Connectionisme

> *On devrait dire «c'est de la réflexion» comme on dit «c'est du tonnerre». Parler d'un cogito est déjà trop si on le traduit par «je pense».* Georg Christoph Lichtenberg (1971)[8]

Il y a plus de deux cents ans, Lichtenberg avait déjà attiré l'attention sur un fait crucial qui caractérise présentement les implications tirées des modèles connectionistes. Au cours des dernières années, les modèles «informatiques» du fonctionnement du cerveau humain ont en effet été de plus en plus désignés par des étiquettes telles «modèles connectionistes», «réseaux dynamiques», «traitement par distribution parallèle», «réseaux neuroniques», etc. Je ne m'arrêterai pas ici aux réalisations techniques. L'interprétation de ces modèles ouvre toutefois des perspectives fascinantes dans le domaine de l'éducation aux mathématiques. «Le «nouveau connectionisme» provoque de grands remous dans les sciences cognitives et l'intelligence artificielle», soutient Bereiter (1991, p. 10), lui-même bien connu en tant que cognitiviste. De toute évidence, ces modèles sont plus simples, plus puissants, et permettent des interprétations plus convaincantes des expériences et des résultats de la recherche éducative que ce que la psychologie cognitive a produit jusqu'alors (voir notamment Varela, 1990, 1992; également Ramsey, Stich & Rumelhart, 1991; Rueckl & Kosslyn, 1992; Hiebert & Carpenter, 1992).

Commune à tous ces modèles est l'interprétation du cerveau humain comme un gigantesque réseau comportant plusieurs ensembles spécialisés de noeuds et de connecteurs. La brève réinterprétation que nous ferons ici de quelques concepts-clés tirés de cette perspective devrait permettre au lecteur et à la lectrice d'en apprécier pour lui ou elle-même le pouvoir persuasif:

* *Génération d'une règle.* La règle de Hebb, fondamentale dans le connectionisme, fait état d'un renforcement d'une connection entre deux noeuds lorsque ces derniers entrent en

---

8 Dans Sudelbücher, K 76, p. 412; souligné dans le texte original. À ce sujet, Vygotsky (1992, p. 147) avait cité le même aphorisme. Il l'avait utilisé pour introduire son excellente analyse de la «fabrication d'un noeud dans le mouchoir de quelqu'un» et les fonctions reliées à la mémorisation.

résonance (sont activés). Une activation fréquente de cette connection entraînera par conséquent une préférence accrue pour cette dernière lorsque l'un ou l'autre noeud sera activé. La même chose vaut pour des chaînes ou des arbres de connections. Lorsqu'une partie quelconque de tels patrons de connections devient activée, en tant que partie de l'état global de l'ensemble du réseau («esprit»), les dites connections pourront fonctionner sans activation supplémentaire (en raison du «poids» accru des connections).

Il n'y a aucun doute que, selon l'expérience que nous en avons, les enfants sont de parfaits créateurs de régularités et de règles: ce qui a déjà fonctionné deux fois a de fortes chances d'entraîner une activation préférentielle lors d'une troisième occurrence. La genèse de routines et d'habitudes subjectives qui émergent lors d'une participation interactive (généralement sans prise de conscience explicite) trouve de plus une explication simple dans ce modèle. Ce qui est appris dans la classe est en grande partie co-appris. Les éléments d'apprentissage abordés de façon ouverte et explicite ne pourraient probablement jamais fonctionner sans ces obscures acquisitions co-apprises.

* *La totalité du vécu expérientiel.* Par-delà la règle de Hebb, les connections du cerveau suivent la règle de réciprocité: les connections entre deux régions, couches ou patrons de noeuds s'effectuent de façon réciproque à l'intérieur du cerveau (avec très peu d'exceptions). Et comme n'importe quelle partie du cerveau est plus ou moins connectée à n'importe quelle autre, il n'y a que des *états d'esprit globaux*. Ce ne sont donc pas seulement les modalités sensorielles qui sont impliquées, mais également les émotions et même la position ou le mouvement de parties opposées du corps (kinesthésie). Le cerveau apparaît ainsi comme un système hautement coopératif. «En définitive, tous les processus dépendent fonctionnellement du statut des éléments individuels» (Varela & Thompson, 1992, p. 135)[9] et ceux-ci dépendent en retour de l'état global (distribution des activations dans tout le réseau).

La totalité du vécu expérientiel est constituée, pour nous, par la globalité des états de l'esprit. Une odeur peut évoquer un souvenir complet dans tous ses détails. De la même façon, un changement même mineur dans la classe au niveau, par exemple, de la présentation d'une tâche peut générer des interprétations diverses de la part des étudiants. La totalité de notre vécu expérientiel constitue en quelque sorte le secret de notre créativité: un état d'esprit global pouvant être activé à partir de n'importe quel élément individuel nous permet de combiner, en passant par une série d'états globaux différents, des éléments issus de différents domaines de notre expérience subjective.

---

9 Comme je n'ai eu accès qu'à la traduction allemande, mes citations reposent sur cet ouvrage. Le lecteur anglais pourra trouver facilement ces citations dans l'ouvrage original anglais de 1991.

* *Les erreurs des étudiants.* Plusieurs interprétations sont possibles lorsqu'un réseau génère des réactions inadéquates. Dans une situation nouvelle, la réaction aura souvent un caractère conjectural et provisoire impliquant des connections partiellement nouvelles et partiellement disponibles (connections faibles). Dans une situation de routine, la réaction peut provenir d'un patron de connections facilement accessible (fort), mais inadéquatement formé. Deux alternatives plausibles peuvent également compétitionner entre elles. Dans chacun de ces cas, une définition adéquate de la situation ne peut être effectuée, ce qui rend impossible l'activation d'un patron adéquat pour la réaction attendue.

Dans une classe de mathématiques où l'on se penche, par exemple, sur le calcul, ces différentes interprétations requièreront des aides et des inventions variées. Dans une situation nouvelle, stimuler les aspects qui fonctionnent adéquatement constitue déjà une stratégie utile. L'habituelle correction du «produit» entraîne par contre de la confusion chez les élèves. Dans une situation de routine, la correction du produit laisse les connections préférentielles disponibles à peu près intouchées; dans une situation à peu près semblable, le patron inadéquat surgira de nouveau si d'autres inventions aussi ou plus intenses n'ont pas permis un remplacement. Des problèmes liés à la compréhension du texte, par exemple, entraîneront chez plusieurs élèves une situation dans laquelle deux options fortes compétitionnent entre elles: «Je ne sais pas si je dois multiplier ou si je dois diviser!» (développer cet aspect exigerait une discussion plus approfondie). Lorsqu'une définition appropriée d'une situation (un état global satisfaisant) n'est pas réalisée, la méta-communication (c'est-à-dire une négociation au sujet de ce dont on est en train de parler, au lieu de ne traiter que de l'interprétation prévue) peut se révéler une stratégie utile.

* *L'oubli.* Des connections qui ont déjà été disponibles pour l'utilisation, mais qui n'ont pas été activées pendant une longue période de temps, vont éventuellement s'affaiblir. À l'intérieur des couches les plus larges des réseaux de connections, cet affaiblissement va affecter d'abord l'élément le plus faible (le dernier activé). De toute évidence, tout comme dans la biographie d'une personne, de tels patrons ont une «histoire» de changements et d'activations, ce qui fait de chaque réaction du réseau un événement unique.

L'oubli, considéré en tant qu'«affaiblissement progressif» (souvent associé à une quête désespérée d'éléments-clés ou de liens manquants) est une caractéristique bien connue, particulièrement lorsque ces derniers sont «affaiblis» un peu partout.

* *Conscience et contrôle* Il n'y a pas d'agent central dans la conduite du cerveau ou dans la supervision de ses activités. Le cerveau est auto-organisateur, une «société de l'esprit» (Minsky). Ce qu'un observateur pourrait décrire comme des régularités «processuelles» émerge en tant que propriété globale. Le flux instantané des états globaux contrôle lui-même, à travers les similarités et les différences entre les états globaux, ce qui nécessite des

décisions entre différentes alternatives. Il n'est pas question d'un «savoir» entreposé à divers endroits, «tout le savoir réside dans les connections» (Rumelhart, 1989, p. 135).

Par conséquent, il n'y a pas de repérage et d'extraction arbitraire («retrieving») à partir de la «mémoire». Par ailleurs, fort peu de processus cérébraux sont sujets à un contrôle conscient. Il ne peut donc y avoir d'enseignement direct de concepts, de stratégies ou de «méta-savoir» puisque ces derniers représentent des propriétés d'états globaux (subjectifs), lesquels émergent seulement à partir d'expériences vécues (liées à la culture de la classe, à la négociation du sens et à la participation active de l'apprenant). Et personne ne peut connaître les états globaux internes d'une autre personne. De façon plus spécifique, «si le monde dans lequel nous vivons est formé ou structuré, plutôt que préétabli, la notion de représentation ne peut plus avoir un rôle central.» (Varela, 1990, p. 90).

Il semble donc que la façon dont notre cerveau fonctionne se rapproche davantage de pratiques d'adaptation pragmatique (de pratiques de «bricolage») que des idéaux de la pensée abstraite (inférences ou réflexions guidées par des règles et autres procédures rationnelles) tels qu'un mathématicien aimerait les voir.

> *«Ce que [les réseaux] font le mieux est ce que les gens eux-mêmes font le mieux: reconnaître des patrons et des similarités. Ils fonctionnent de la même façon imbriquée et imprévisible selon laquelle la nature semble elle-même fonctionner. Ils approximent plutôt qu'ils englobent la rationalité.»* (Bereiter, 1991, p. 13)

Voilà qui incite à repenser nos convictions habituelles de l'apprentissage et de l'enseignement...

BIBLIOGRAPHIE

Ausubel, D.P. (1968). *Educational Psychology - A Cognitive View*. New York: Holt, Rinehart & Winston.

Bauersfeld, H. (1978). Kommunikationsmuster im Mathematikunterricht - Eine Analyse am Beispiel der Handlungsverengung durch Antworterwartung. *Dans:* H. Bauersfeld (Ed.): *Fallstudien und Analysen zum Mathematikunterricht.* Auswahl, Reihe B, *95.* Hannover: H.Schroedel Verlag, pp. 158-170.

Bauersfeld, H. (1983). Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. *Dans:* H. Bauersfeld, H. Bussmann & al. (Eds): *Lernen und Lehren von Mathematik.* Bielefeld, IDM: Untersuchungen zum Mathematikunterricht, *6.* Köln: Aulis Verlag Deubner, pp. 1-56.

Bauersfeld, H. (1988). Interaction, construction, and knowledge - Alternative perspectives for mathematics education. *Dans:* D.A. Grouws & T.J. Cooney (Eds): *Perspectives on research on effective mathematics teaching.* NCTM: Research agenda for mathematics education, *1,* Reston, VA: Lawrence Erlbaum, pp. 27-46.

Bauersfeld, H. (1991). Structuring the structures. *Dans:* L.P. Steffe (Ed.): *Constructivism and Education.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Bauersfeld, H. (1992a). Activity theory and radical constructivism - What do they have in common and how do they differ? *Dans: Cybernetics and Human Knowing, 1(2-3),* pp. 15-25. (Une version plus élaborée est parue en allemand: Tätigkeitstheorie und Radikaler Konstruktivismus. *Dans:* H. Brügelmann & H. Balhorn (Eds): *Bedeutungen erfinden - im Kopf, mit Schrift und miteinander. 5. Jahrbuch der Deutschen Gesellschaft für Lesen und Schreiben.* Konstanz: Faude Verlag, 1993, pp. 38-56)

Bauersfeld, H. (1992b). Integrating theories for mathematics education. *For the Learning of Mathematics, 12(2),* June, pp. 19-28.

Bereiter, C. (1991). Implications of connectionism for thinking about rules. *Educational Researcher, 20(3),* April, pp. 10-16.

Berger, P.L., Luckmann, T. (1966). *The Social Construction of Reality.* Garden City, NY: Doubleday.

Blumer, H. (1969). *Symbolic Interactionism.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Cazden, C.B., John, V.P., Hymes, D. (1972). *Functions of Language in the Classroom.* New York: Columbia University, Teachers College Press.

Davis, P.J., Hersh, R. (1980). *The Mathematical Experience.* Basel, CH: Birkhäuser.

Davydov, V.V. (1990). The content and unsolved problems of activity theory. *The Multidisciplinary Newsletter for Activity Theory, (7-8),* pp. 30-35.

Dunkin, M.J., Biddle, B.J. (1974). *The Study of Teaching.* New York: Holt, Rinehart & Winston.

Galison, P.L. (1987). *How Experiments end.* Chicago (Illinois): University of Chicago Press.

Glasersfeld, von E. (1991). Distinguishing the observer: An attempt at interpreting Maturana. *Methodologia, V(8),* pp. 57-68.

Goffman, E. (1974). *Frame Analysis - An Essay on the Organization of Experience.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Hiebert, J., Carpenter, T.P. (1992). Learning and teaching with understanding. *Dans:* D.A. Grouws (Ed.): *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.* New York: MacMillan, pp. 65-97.

Hilgard, E.R., Bower, G.H. (1975). *Theories of Learning.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, fourth edition.

Jaroschewski, M. (1975). *Psychologie im 20 Jahrhundert.* Berlin: Volk und Wissen VEB.

Kozulin, A. (1990). *Vygotsky's Psychology. A Biography of Ideas.* London: Harvester Wheatsheaf.

Krummheuer, G., Voigt, J. (1991). Interaktionsanalysen von Mathematikunter-richt - Ein Überblick über einige Bielefelder Arbeiten. *Dans:* H. Maier, & J. Voigt (Eds): *Interpretative Unterrichtsforschung.* IDM: Untersuchungen zum Mathematikunterricht, *17.* Köln: Aulis Verlag Deubner, pp. 17-32.

Krummheuer, G. (1992). *Lernen mit "Format" - Elemente einer interaktionisti-schen Lerntheorie.* Weinheim: Deutscher Studien Verlag.

Lektorskij, V.A. (1984). *Subject - Object - Cognition.* Moscow: Progress Publ.

Lektorskij, V.A., Engeström, Y. (Eds) (1990). *Activity: The Theory, Methodology & Problems.* Issues in Contemporary Soviet Psychology Series. Orlando: Paul M. Deutsch Press.

Lichtenberg, G.Ch. (1971). *Schriften und Briefe,* 2. München Hanser Verlag.

Markowitz, J. (1986). Verhalten im Systemkontext - Zum Begriff des sozialen Epigramms. Frankfurt/Main: Suhrkamp Verlag.

Maturana, H.R., Varela, F.J. (1980). Autopoiesis and Cognition - The Realization of the Living. *Dans:* R.S. Cohen & M.W. Wartofsky (Eds): *Boston Studies in the Philosophy of Science, 42,* Dordrecht, NL: Reidel.

Mehan, H., Wood, H. (1975). *The reality of ethnomethodology.* New York: John Wiley & Sons.

Miller, M. (1986). *Kollektive Lernprozesse Studien zur Grundlegung einer soziolo-gischen Lerntheory.* Frankfurt/Main: Suhrkamp Verlag.

Ramsey, W., Stich, S.P., Rumelhart, D.E. (1991). Philosophy and Connectionist Theory. *Dans:* D.E. Rumelhart (Ed.): *Developments in Connectionist Theory.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Resnick, L.B. (1989). *Knowing, Learning, and Instruction.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Resnick, L., Levine, J.M., Teasley, S.D. (Eds) (1991). *Perspectives on Socially Shared Cognition.* Washington, DC: American Psychological Association.

Rueckl, J.G., Kosslyn, S.M. (1992). What good is connectionist modelling? A dialogue. *Dans:* A.F. Healy, S.M. Kosslyn, R.M. Shiffrin (Eds): *From Learning Theory to Connectionist Theory - Essays in Honor of William K. Estes, 1.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Rumelhart, D.E. (1989). The architecture of mind: A connectionist approach. *Dans:* M.I. Posner (Ed.): *Foundations of Cognitive Science.* Cambridge, MA: MIT Press, pp. 133-159.

Snow, R.E., Federico, P.-A. Montague, W.E. (Eds). *Aptitude, Learning, and Instruction. vol. 1: Cognitive Process Analyses of Aptitude; vol. 2: Cognitive Process Analyses of Learning and Problem Solving.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Van der Veer, R., Valsiner, J. (1991). *Understanding Vygotsky: A Quest for Synthesis.* Oxford, UK: Blackwell.

Varela, F.J. (1990). *Kognitionswissenschaft - Kognitionstechnik.* stw 882. Frankfurt/Main: Suhrkamp. (Ouvrage original en langue anglaise: *Cognition as Science and Technology*, 1991.)

Varela, F.J., Thompson, E. (1992). Der mittlere Weg der Erkenntnis. Bern: Scherz Verlag. (Ouvrage original en langue anglaise: *The Embodied Mind.* Newton, MA: MIT Press 1991.)

Voigt, J. (1984). *Interaktionsmuster und Routinen im Mathematikunterricht.* Weinheim: Beltz.

Vygotsky, L.S. (1985). *Die Krise der Psychologie in ihrer historischen Bedeutung.* (Ouvrage original en russe, 1925. (Traduction allemande dans Ausgewählte Schriften, Bd.1, Köln, pp. 57-277. Pour un inventaire relativement complet des écrits de Vygotsky, voir Van de Veer & Valsiner, 1991.)

Vygotsky, L.S. (1992). Geschichte der höheren psychischen Funktionen. *Dans:* W. Jantzen, J. Lompscher & al. (Eds): *Fortschritte der Psychologie*, Bd.5, Münster: Lit Verlag. (Première édition intégrale, incluant une courte biographie de Vygotsky par Métraux.)

Des exemplaires du présent document sont en vente à l'adresse suivante:

Centre Interdisciplinaire de Recherche sur
l'Apprentissage et le Développement en Education
Université du Québec à Montréal
C.P. 8888, Succ. A,
Montréal, Québec
H3C 3P8

Publié par le Centre Interdisciplinaire de Recherche
sur l'Apprentissage et le Développement en Education
Université du Québec à Montréal
Conception graphique: Pierrette Précourt